非平衡統計物理学の舞台としてのメゾスコピック系

清水 明
東京大学大学院 総合文化研究科 広域科学専攻 相関基礎科学系
Phone: 03-5454-6532, E-mail: shmz@ASone.c.u-tokyo.ac.jp

ミクロとマクロの中間のサイズを持つ系である、メゾスコピック系を理論的に解析しようとすると、非平衡統計力学の基礎付けに関わる問題が、いろいろと顔を出してくる。これは、簡単だと思われている線形応答の領域（およびその近傍）であっても、既に現れてくる。そのことを、久保公式と、ランダウアー流の方法（を多体相互作用のある系に拡張した理論）とを、比較して議論する。

1 序

１９５０年代に、線形応答理論[1]（を含む、平衡状態の周りに摂動展開するような、非平衡状態の理論）が定式化されてからは、それを実際の固体に適用して得られる圧倒的な成果を追求することの方に比重が移り、理論の基礎付けに関わる研究は、陰に隠れてしまった感がある。基礎的なことをしつこく研究しなくても（と言うより、しない方が？）計算するのには困らないからだ。これは、**マクロなサイズ**の試料の**線形応答**を研究する限りでは、その通りであったようだ。しかし、１９８０年頃から盛んになってきた、いわゆる「メゾスコピック系」[2]（ミクロとマクロの中間のサイズの系）の研究では、そういうわけにはいかない部分が出てきた。そのような観点から、いくつか気付いた点を述べてみたい。なお、純粋な固体物理学の対象としてのメゾスコピック系の興味は、既に多くの文献[2]で解説されているので、本稿では触れない。

2 端で相互作用を切るモデル・切らないモデル

多体相互作用のある量子細線の、電気伝導度を計算する時には、計算の簡略化のために、無限に長い１次元系をモデルに採ることが多い。しかしながら、現実の系は有限の長さしかなく、両端が広い２次元または３次元系に繋がれているので、**モデルと現実を結ぶところが問題になる**。筆者ら[3, 4]は、非平衡電流揺らぎ[4, 5, 6]を論ずる中で、「現実の系を無限に長い１次元系で代用するひとつの方法として、端の方で多体相互作用を切る（切らねばならぬ）」ということを提案した。[1] この考え方（モデル）は、最近になって、１次元系の電気伝導度の、実験[7]と理論との食い違いを解消するために、良く用いられるようになってきた[8, 9, 10]。しかしながら、現状では、十分な考察がなされないまま、単に便利だから使われている、と言わざるを得ない。筆者は、モデルの正当性や適用限界をもっと

[1]詳しくは、文献[4]の §2, §10 を参照。

よく考えよう、と言いたい心境である。(最近、筆者と宮寺[11]は、電極と伝導体を合わせた、3次元の相互作用する電子系の理論から、実効的な1次元系の理論を抽出することに成功し、ある程度目的を達成しつつあるが、それについては別の機会に紹介する。)

一方、川畑[12, 13]は、相互作用を端で切るようなことをしなくても、久保公式の計算結果を、電場と化学ポテンシャルの繰り込みとをきちんと考慮して、実際のコンダクタンスに翻訳すれば、実験結果を再現する結果が導けることを示した。ただし、電場の繰り込みに関して言えば、久保公式を用いる際の注意事項として、伊豆山[14]の指摘以来、教科書[15]にも記述されていることである。特に強誘電体の誘電応答などを計算する際には、これを考慮しなくては話にならないので、これらの分野では常識かもしれない。従って、川畑が実例を示すことによって電気伝導の分野にもようやく認識が広まった、と言うべきであろう。もうひとつの化学ポテンシャルの繰り込みについては、絶縁体では普通は考慮する必要がないものであり、メゾスコピック伝導体の理論における必要性が認識された意義はたいへん大きいと思う。

3　ランダウアー公式の相互作用系への拡張

メゾスコピック系の電子輸送を扱う理論形式は、久保公式以外にもいろいろあるが、ランダウアー公式[2]というのが面白い。ただし、ランダウアー公式はそのままでは相互作用のある系には適用できないので、拡張してやる必要がある。正統的な拡張の方向としては、筆者と上田[3]がやったように、多体系のS行列を導入してまともに拡張するのが本筋であろう。しかしながら、**固体の中では場の理論の散乱理論のいくつかの基本的な仮定が破れており**[2]、現在のところ、端で相互作用を切るモデルを採らない限り、きちんとした定式化ができる見通しは立っていない。もちろん、「定式化を行った」と主張する論文はいろいろあるが、上記の問題に気付かぬまま単純に式を書いてみただけの論文か、あるいは、トンネル接合を仮定してトンネルハミルトニアンの最低次までとった理論[3] しか、筆者は見たことがない。

ところが、最近、不純物のないような単純な構造の伝導体に話を限れば、まともにS行列を導入しなくても、ランダウアー的な議論が相互作用系でも可能になることが判ってきた[17]。[4] これは、(i) 実現される非平衡状態を、なんらかの方法で予測し、(ii) その状態

[2]たとえば、現実のモデルを採る限り、伝導体では質量スペクトルにギャップがないし、その結果とも言えるが、安定粒子が存在しない。したがって、S行列をきちんと弱極限で定義する[16]ことができない。

[3]これは、バイアス電圧が有限でトンネル確率がゼロである状態をゼロ次近似にとってそのまわりに摂動展開する、きちんとした理論である。しかし、このゼロ次近似の状態は、いくらバイアス電圧が大きくても平衡状態であるから、やはり平衡状態のまわりの摂動理論であり、一般の伝導体・一般の非平衡状態には適用できない。

[4]筆者は知らなかったが、この形式を最初に議論したのは、量子ホール系の端状態を議論した Oreg and Finkel'stein [18] らしい。しかし、彼らの議論は、最近の1次元伝導体への拡張[19]も含めて、以下の点で納得しがたい。(i) 正しい固有励起ではなく、裸の粒子に対する化学ポテンシャルで議論している。(ii) $\langle\hat{\mu}\rangle = \langle\partial\hat{H}/\partial\hat{\rho}\rangle$ で μ を定義しているが、$[\hat{H},\hat{\rho}] \neq 0$ なので、これは、$\partial\langle\hat{H}\rangle/\partial\langle\hat{\rho}\rangle$ とは一般には一致しない。それでも、最終結果としては、結局、量子ホール抵抗を導くだけなので、どう計算しても大抵は同じ答えになり、実験と合うのだが、理論としては大いに不満に感じる。なお、筆者が注目した $q=0$ の励起だけは、Bogoliubov 変換を受けないので、これらの困難から逃れられるのだが、あいにく Oreg らの議論は、$q=0$ の励起には(交換

における電流 J と、電気化学ポテンシャル差 $\Delta\mu$ を計算し、(iii) $G = J/\Delta\mu$ により、直接コンダクタンスを求める、というやり方である。久保公式に比較しての一番の利点は、非平衡電流揺らぎ [3, 4, 5, 6] のように、**久保公式では原理的に計算できない量も計算できる**点にある。実際、久保公式では、非平衡電流揺らぎ $\langle\delta J^2\rangle_{noneq}$ は、平衡状態における $\langle\delta J\,\delta J\,J\rangle_{eq}$ という相関関数で与えられることになるが、これは反転対称性からゼロであるから、$\langle\delta J^2\rangle_{noneq} = 0$ となってしまい、実験と矛盾する。故に、久保公式は非平衡電流揺らぎには適用できない [4]。これは、(久保の原論文 [1] でも導出されているような) 久保公式を高次の項まで拡張した理論でも同じである。要するに、久保公式に代表される、平衡状態の周りに摂動展開するような理論で扱える非平衡現象は、きわめて限られているのである。この点に関する議論は別の機会に譲るとして、ここでは、電気伝導度のような、**久保公式でも計算できる量についても、ランダウアー流のアプローチには、いくつかの利点を見いだすことができる**ということを指摘したい。そのひとつは、次のような事である。

電磁気学や熱力学の教科書に書かれているように、試料に印加される「電圧」というのは、電位差 $\Delta\phi$ のことではなくて、電気化学ポテンシャルの差 $\Delta\mu$ のことであり、両者の関係は

$$\Delta\mu = e\Delta\phi + \Delta\mu_\rho \tag{1}$$

である。ただし、$\Delta\mu_\rho$ は、粒子密度分布の不均一に対応する化学ポテンシャル差であり、メゾスコピック系 (quantum wire の両端に 2 次元系がつながっている等) のような**不均一系では、この項の寄与は決して無視できない。**ランダウアー流のやり方では、$\Delta\mu$ によって誘起される電流 J を直接計算しているので、$G = J/\Delta\mu$ により、**測定されるコンダクタンスが、直接求まる。**これに対して、久保公式を用いた場合には、$\Delta\mu$, $\Delta\phi$, $\Delta\mu_\rho$のいずれ (の微分) でもない「外場」により誘起される電流を求めるために、川畑 [12, 13] が示したように、この「外場」があるときの$\Delta\phi$ と $\Delta\mu_\rho$とを、別途、個別に求めてやる必要がある。[5] この作業は、2 端子伝導体ではなんとか実行できるかも知れないが、もっと複雑な系 (多端子の伝導体など) になったら、大変難しいだろう。それが、ランダウアー流のやりかたでは、いわば自動的に計算されてしまう。

実際、たとえば、clean な (不純物や欠陥がないという意味) 量子細線で、フェルミ流体を仮定して計算すると [17] [6]、$f_{+\pm}$ を相互作用の強さを表すランダウパラメータ (f_{++} は k_F 付近の電子同士の相互作用の強さ、f_{+-} は、k_F 付近の電子と $-k_F$ 付近の電子の間の相互作用の強さを表す) として、

$$J = \frac{q}{\pi}\left[v_F + \frac{1}{2\pi}(f_{++} - f_{+-})\right], \tag{2}$$

関係がゼロになるので) 適用できない。ただし、量子ホール系に話を限定し、かつ、彼らの端状態のモデルを認めれば、interedge interaction U がゼロの場合、全モードが Bogoliubov 変換が全く不要な trivial な理論 (いわゆる chiral Luttinger liquid) になるので、その場合には彼らの議論も若干の修正を施して正当化できると思う。

[5] 求まった$\Delta\phi$, $\Delta\mu_\rho$を、「繰り込まれた電位差」、「繰り込まれた化学ポテンシャル」と呼ぶことがある。あまり良い呼び名ではないが、便利なので、本稿でもそのように呼ぶことにする。

[6] もちろん論文では、TL 流体の場合も計算したが、フェルミ流体を仮定する方が物理を見るには便利である。

$$\Delta\mu = 2q\left[v_F + \frac{1}{2\pi}(f_{++} - f_{+-})\right], \tag{3}$$

ゆえに、($e^2/\hbar = 1$ という単位系で)

$$G = J/\Delta\mu = 1/2\pi \quad \text{(per spin)}. \tag{4}$$

という、実験[7]に一致する結果が直ちに得られる。他の理論[8, 9, 10, 12, 13]に比べて、ずいぶん簡単である。

ところで、上記の結果は、いろいろと示唆に富んでいる。まず、J も、電気化学ポテンシャル差 $\Delta\mu$ も、ともに相互作用で「繰り込まれて」いることが判る[7]。そして、**その繰り込まれ方が J と $\Delta\mu$ とで共通であるために、$G = J/\Delta\mu$ は全く相互作用の影響を受けない**ということが解る。このため、仮に、$\Delta\mu$ の繰り込みを忘れて裸の値にしてしまうと、G は $1/2\pi$ (=通常の単位で $e^2/2\pi\hbar$ per spin) からずれることになるが、それはまさに、久保公式で電場の繰り込みも化学ポテンシャルの繰り込みも忘れていた時の結果 (=実験[7]以前の理論の結果) である。また、フェルミ流体論の立場では、電子の運動量が電子間散乱で $2k_F$ だけ変化するような「後方散乱」の効果は、f_{+-} に含まれている:

$$f_{+-} = f_{+-}^{forward} + f_{+-}^{backward} \tag{5}$$

そこで、試みに、$\Delta\mu$ の方だけ $f_{+-} = f_{+-}^{forward}$ としてしまうと、

$$G = \frac{1}{2\pi}\left[1 - \frac{f_{+-}^{backward}}{2\pi v_F} + \cdots\right] \tag{6}$$

のように、G に $f_{+-}^{backward}$に比例する補正項が出てくる。これはまさに、川畑が久保公式を用いて示した、「後方散乱がある時には化学ポテンシャルの繰り込みを入れないと G の値が変わる」という結果[13]に一致している。

このように、ランダウアー流のやり方を拡張すれば、相互作用がある場合にもストレートに答えが求まり、しかも物理がクリアーに見えるという場合があることが判った。ただし、その際に重要なのは、reservoir との接続の部分とか、なぜ理論の中で仮定したような非平衡状態が実現するのか、といった議論である。ところが、なぜか、ここを詳しく議論した論文はとても少ない。筆者の論文[17]では、かなりの部分 (§3, §5) をその議論にさいたが、それでも十分とは言えないだろう。このあたりは読み飛ばされてしまいがちだが、実は最も重要な部分である。

さて、**久保公式が微妙になるような系でもランダウアー流のアプローチがかなり安定した結果を与える事実の裏には、上記以外にも、根元的な理由がある**ように思える。以下ではそれを順を追って説明したい。

4 平衡系の理論でも計算できるか否か

線形応答理論で計算する物理量は様々であるが、次の区別は重要であると思う。

[7]この「繰り込み」の意味は、実は、Fermi 流体と TL 流体とで微妙に異なる。ここをはっきりさせるために、[17] の errata を書いておいた [17]。

(A) 線形応答理論（つまり、何らかの非平衡系の理論）を持ち出さなくても**平衡系の理論で計算できる物理量**。この場合、線形応答理論を用いるのは、単に計算の便利のためである。
(B) **平衡系の理論では計算できない物理量**。この場合は、なんらかの非平衡系の理論が必要であり、線形応答理論はそのような理論のひとつとして用いられる。
ex.1 (A) のタイプの物理量の最も簡単な例は、1個の荷電粒子を調和ポテンシャルに閉じこめ、静電場 E をかけた場合である。このときの分極率を計算するには、E があるときの粒子の平衡位置 $\langle x\rangle_{eq}^{E}$ を平衡系の統計力学で普通に計算し、それから、

$$\alpha = q\frac{\partial}{\partial E}\langle x\rangle_{eq}^{E} \tag{7}$$

とすれば良い。右辺で、添え字 eq と E は、「E がかかっている時の平衡状態」における期待値であることを意味している。
ex.2 (A) のタイプの物理量のもうひとつの例として、静磁気感受率をあげておこう。これは、久保公式を持ち出さなくても、外部磁場を含むハミルトニアンで分配関数を計算して、それから磁化 M の期待値を外部磁場 H の関数として求めてやれば、

$$\chi = \frac{\partial}{\partial H}\langle M\rangle_{eq}^{H} \tag{8}$$

により、静磁気感受率が求まる。

これらの例で χ や α が平衡系の理論で計算できた理由は、**外場（H や E）がかかっていても系が平衡状態を持つことができるケース**だったためである。一方、これを満たさないのが (B) の場合である。
ex.3 我々が興味がある、doped quantum wire に静電場 E（向きは、細線の長さ方向）をかけた場合は (B) の典型例である。この系では、E と平行に定常電流 J が流れるので、それは定常状態ではあるが、平衡状態ではない。従って、$\langle J\rangle$ は、平衡系の統計力学では計算できず、どうしても**非**平衡系の理論が必要になる。

5 混合性と平衡系の統計力学

線形応答理論を適用するときには、いろいろと注意が必要であるが、それを論ずるために、まず、平衡系の統計力学の関連する部分を復習する。

実在する物理系は、一般に、次のような形のハミルトニアンを持っている：

$$\mathcal{H} = \sum_i \mathcal{H}_i + \sum_{i<j} \mathcal{V}_{ij} \tag{9}$$

ここで、$\mathcal{H}_i$ は、系をいくつかの部分系に分けて考えたときの、i 番目の部分系のハミルトニアン、$\mathcal{V}_{ij}$ は部分系 i と j の間の相互作用である。一般に、**統計力学は、全系のハミルトニアン $\mathcal{H}$ は「混合性」をもつ、ということを大前提にしている** [20]。ここで、混合性とは、普通の意味のエルゴード性（長時間平均＝位相平均）よりも強い性質で、位相空間上で定義された関数を任意に２つ持ってきたとき、その相関関数が時間差 $\to \infty$ で切れる、

という性質のことである。[8] これは簡単に言えば、「系をほうっておくと熱平衡状態に近づいて行く」という条件であり、これが熱力学や統計力学が成立するために必要なのは明らかであろう。一般に、**可積分系（厳密に解ける系）は混合性を持たない**。従って、熱力学が普遍的に成り立つという事実から、この世で我々が**可積分系に出会う確率はゼロ**（つまり、可積分系の数（測度）／非可積分系の数（測度）$=0$）ということが言える。[9]

理論計算において、ちゃんと現実的なモデルを採用しておけば、その $\mathcal{H}$ は混合性を有するはずなので、統計力学は文句なく正しいのであるが、実際には、それでは計算があまりに大変なので、いろいろな簡略化をする。よくやるのは、次のような簡略化である。$\mathcal{V}_{1j}$ $(j=2,3,\cdots)$ が十分に弱いとしよう。すると、全系を、

$$
\begin{aligned}
\mathcal{H} &= \mathcal{H}_S + \mathcal{V}_{SR} + \mathcal{H}_R && (10)\\
\mathcal{H}_S &\equiv \mathcal{H}_1 && (11)\\
\mathcal{V}_{SR} &\equiv \sum_{j\geq 2} \mathcal{V}_{1j} && (12)\\
\mathcal{H}_R &\equiv \sum_{i\geq 2} \mathcal{H}_i + \sum_{2\leq i<j} \mathcal{V}_{ij} && (13)
\end{aligned}
$$

のように、「注目する系」S と、「熱浴」R とに分けて考えたとき、($\mathcal{H}_S$ の固有状態)$\otimes$($\mathcal{H}_R$ の固有状態) は、全系の固有状態に近いであろう。従って、興味のある物理量が、S 内の変数であれば、$\mathcal{H}$ のかわりに、$\mathcal{H}_S$ を使っても、結果はほとんど変わらないと期待したくなる。しかし、実際にはそれほど単純ではなく、**理論家が採用したくなるような $\mathcal{H}_S$ はしばしば可積分系であり、混合性を欠く**。従って、S を孤立系としてその中でのダイナミックスを正直にシュレディンガー方程式で追いかけてしまうと、全系をまともにあつかったのとは異なる結果が出てしまう。ところが救いの神がある。$\mathcal{H}_S$ 自体には混合性がなくても (すなわち、可積分であっても)、$\mathcal{H}$ 全体では混合性があるのだから、S の中の物理量の相関が $t\to\infty$ で切れ、系の状態が平衡に近接することは、全体系をきちんと扱えば、すなわち**現実の系では**、保障されている。したがって、実際に計算しているのは現実の系での物理量なのだ、という立場に立てば、「S はほうっておけば平衡に近接し、従ってそのときの物理量の期待値は、$\mathcal{H}_S$ から計算した分配関数から求めて良い」と考えてもよかろう。S を孤立系としてダイナミックスを追いかけるようなことは（おかしな結果が出るので）やらないと約束しておく。どうしてもやりたいときは、現象論的に「緩和項」を手で加えてつじつまを合わせる。実は、たとえダイナミックスを追わなくても、S に統計力学を正直に適用すると、平衡系なのに温度が負になったりとか、いろいろと矛盾が出ることが多いのだが[10]、それはその時になって考える。かくして、複雑な上に、絶対に厳密には解けないと保障されている（？）$\mathcal{H}$ の問題を、ずっと簡単で、ときには厳密に解けてしまう、$\mathcal{H}_S$ の問題にすり替えることができるのである。これが、平衡系の統計力学を可積分系 S に適用する際の、理由付けであった。

---

[8] 残念ながら、人や文献によって「エルゴード性」や「混合性」の定義は異なる。ここでは [20] に従った。

[9] この事実から、「可積分系という測度ゼロの世界だけを専門に調べる研究者がかなりの測度（割合）で存在するのはおかしい」という議論がある。ただ、以下で説明するように、平衡系に話を限るならばある程度は正当化できる。

[10] だから、実験家は、理論家が「厳密解だから正しい」と言っても信じない方がよい。

6　混合性と線形応答理論

平衡系では、以上のようなことでだいたい良いとしても、非平衡系になると、$\mathcal{H}$ を $\mathcal{H}_S$ で代用することによる問題点が、もっと現れやすくなる。それは、非平衡系の理論のなかでは一番単純な、線形応答理論でもいくつか現れてくる。これは、(A) の場合でも現れるが、(B) の場合には、より現れやすいと考えられる。それを述べてみたい。

線形応答理論では、$\mathcal{H}$ に、外場との相互作用 $\mathcal{H}_{ext}(t)$ を加えたものを全系のハミルトニアンと考える：

$$\mathcal{H}(t) = \mathcal{H} + \mathcal{H}_{ext}(t)e^{-\epsilon t} \tag{14}$$

ここで、断熱因子 $e^{-\epsilon t}$ を加えるのは深い理由（必然性）があるが [15]、ここでは触れない。全系は十分大きく、$\mathcal{H}$ は混合性を有するので、このハミルトニアンを使う限りは全く問題はなく、線形応答係数は、外場がない、平衡状態（$\mathcal{H}$ の固有状態に熱平衡分布した状態）における相関関数で表される。しかしながら、$\mathcal{H}$ を用いて相関関数を計算するのはあまりに大変なので、**理論家は、平衡系の時にうまくいった簡単化をここでもやろうとする。**すなわち、$\mathcal{H}$ を Eq. (10) のように分け、$\mathcal{V}_{SR}$ や $\mathcal{H}_R$ を無視し、$\mathcal{H}$ を $\mathcal{H}_S$ で代用してしまいたがる。Tomonaga-Luttinger model 等の可解モデルを出発点にする理論は、その典型例である。ここに問題が発生する。**非平衡系の場合に、$\mathcal{H}$ を $\mathcal{H}_S$ で置き換えて良いものかどうかは、平衡系の場合よりもずっと慎重に検討する必要がある**のである。

まず、(A) の場合の注意をひとつだけ復習しておこう。$\mathcal{H} \to \mathcal{H}_S$ として、ex.2 の問題を線形応答理論で計算すると、得られるのは、S が孤立系として存在する時の感受率、すなわち「孤立感受率」である。これは一般には、Eq. (8) で温度一定微分をして得られる「等温感受率」とも、あるいは普通の意味での「断熱感受率」とも異なり得る [21]。これらが一致する条件は、$\mathcal{H}_S$ が（磁化について）混合性を有することである。したがって、可解モデルでは、一般には一致しない。実際に実験にかかるのはどんな感受率であるかは、実験の際に「静的」とみなした時間スケールと、S が R とエネルギーを交換する時間スケールの大小で決まる [22] ので、**実験の状況を勘案して検討する必要がある。**これを忘れたための混乱は、近年になってもしばしば起こっているようだが、この注意は実は、**久保がその原論文 [1] の中ではじめから指摘していた**ことなのである。（混乱が生ずるのは、「公式」になってしまって、誰も原論文を読まないから？）また、静磁気感受率の計算においては、$\omega \to 0$ と $q \to 0$ の極限の順序を、この順序にとらねばならず、DC 伝導度 σ の計算においてはその逆の順序にとらねばならないが、これは、久保公式の導出課程を考えれば当然であり、わりと良く知られた注意であろう。

このように、(A) のタイプの物理量では、線形応答理論を適用する際に何に注意すべきかが、１９５０年代に既に判っていた。その際に、クリアーな議論を行うことが可能だったのは、(A) のタイプの物理量では、比較すべき正確な表式が、Eq. (8) のように平衡系の統計力学から得られていたので、Eq. (8) と久保公式の表式を比較すれば良かったからである。これに対して、(B) のタイプの物理量では、久保公式と比較すべき表式は、平衡系の統計力学からは得られない。このために、いまだによく判らない点が多いように思う。特に、最近のメゾスコピック系の理論は、計算の仕方によって答えがころころ変わるような

微妙なところがある。(例えば、DC伝導度の計算で、正式な極限のとり方である、$q \to 0$ をしてから$\omega \to 0$、のように計算するとおかしな答えになるので、文献[8, 9, 10, 12, 13]では微妙な極限をとっている。) それなのに結論が同じなのは、実験で「答え」が判っているからで、実験がなかったら、結論もバラバラになっていただろう。このあたりを詳しく述べる余裕はないが、本稿で強調したいのは、久保公式を用いた理論計算がそのように微妙になってしまう原因は、**理論に用いるモデルハミルトニアンが、混合性を有しないことに起因している**のではないだろうか、ということである。

久保公式は、$t = -\infty$ から静かに外場を加えていったときに、(i) 十分に長い時間待てば定常状態に達し、(ii) しかもその定常状態は、正しい線形非平衡状態にある、ということを仮定している。**これが保障されるのは、$\mathcal{H}$ が混合性を有する場合だけである。**もしも、$\mathcal{H}$ を$\mathcal{H}_S$ で置き換えてしまい、その$\mathcal{H}_S$ が混合性を有しないならば、(i), (ii) は保障されなくなってしまう。それでも(A) のタイプの問題ならば、系が暴走してしまうことはないので、「孤立感受率」は求まる。しかし、(B) のタイプの問題では、例えば、なにも散乱体がない細線に電場をかけると、電子はどこまでも暴走してしまうわけで、これに対応するモデルハミルトニアンで久保公式を用いるのは、筆者には何をやっているのかよく判らない。[11] ところが、例えば、$\mathcal{H}_S$ に Tomonaga-Luttinger model を採って久保公式で伝導度を計算するという理論は、まさにこれに相当するわけで、正式な処方に反する極限をとらないと芳しい結果が得られないなどの微妙なことが発生してしまうのは当然である。きちんとやるためには、$\mathcal{H}_S$ に、$\mathcal{H}_1$ (1次元電子系) だけでなく、$\mathcal{H}_2$ (例えば電極電子とかフォノン) や $\mathcal{V}_{12}$ などを含めて、混合性を回復させた上で、久保公式を適用する必要がある。

7 ランダウアー流のやり方では混合性はなくても良い?

ランダウアーのやり方では、2個のreservoir の (electro)chemical potential に、$\Delta\mu$ だけ差をつけたときに流れる電流を、$\mathcal{H}_S$ で記述される系の散乱行列で表す。このようにすると、久保公式のような $\mathcal{H}_S$ **が混合性を持たなくてはならないという条件は、なくても良いように見える。**(それが必要だという明白な理由は今のところ見つかっていない。) これは大変に大きな利点である。

混合性に対応する役割は、散乱理論の通常の仮定である、入射粒子が**与えられた分布で遠くからやってきて**、最後には**無限の彼方へ去って行く** (決して戻ってこない[12])、という仮定が果たしている。これは、もっともらしい仮定ではあるが、もちろんきちんと正当化する必要がある。しかし、先に述べたように、固体の中では通常の場の理論の散乱理論の基本的前提が破れており、それが議論を困難にしている。これは今後の課題として残っている。

[11] 「線形応答だから、インパルス応答も定常応答も、単にフーリエ変換の関係にある。だから、インパルス応答だけを計算すれば十分だが、インパルス電場では電子は暴走しない。だからオーケーだ。」という訳にはいかない。これが言えるためには、系が安定に、線形で近似できる応答をする必要があるが、そのための条件は、これまた混合性なのである。

[12] 時々誤解があるようだが、「戻ってこない」というのは、「もどって来るとしたら、あらゆる相関が切れてから戻って来る」という意味であり、相関が切れれば戻って来ても構わない[4]。

8 おわりに

本稿で述べたのは、メゾスコピック系の非平衡状態を考える際には、たとえ線形応答の範囲であっても、非平衡統計力学の基礎にまつわる様々な問題点が顔を出す、ということであった。線形応答でもそういう状況だから、非平衡の度合いがもっと強くなれば、これらの問題点は、一層深刻に考えなくてはならない。「非平衡の度合いがもっと強く」と言うと、乱流が発生するような強い非平衡状態を思い浮かべがちだが、そういう領域よりもはるかに弱い非平衡状態でも、すでに、久保公式も、それを高次の項にまで拡張した理論も、破綻し始める。その一番簡単な実例が、3節で少し触れた、非平衡電流揺らぎ [3, 4, 5, 6] である。これは、$\langle J\rangle \neq 0$ なる非平衡状態における電流揺らぎ $\langle\delta J^2\rangle_{noneq}$ のことであるが、実験によると、$\langle J\rangle$ をある程度増やしてゆくと、$\langle\delta J^2\rangle_{noneq} \propto |\langle J\rangle|$ なる領域が現れる。この領域でも、大抵は、平均電流 $\langle J\rangle$ はバイアス電圧に比例しているので、その意味では、まだ線形応答の領域にあるとも言える。ところが、$\langle\delta J^2\rangle_{noneq}$ については、$\propto |\langle J\rangle|$ と絶対値記号のような singular なものが出てくることからも解るように、すでに久保公式では計算できなくなっているのである（3節）。このような、いわば「準線形領域」の状態は、線形領域から遠く離れた状態とは違って、何かもっと統一的な記述ができるはずだと思われるので、さらなる研究が望まれる。

ところで、本稿のような内容の議論は、普通は、あまり興味を持たれない。たしかに、この類の議論よりは、とりあえず答えを出すことのほうが大事だとは思うが、日本は米国とは違って、論文を書かなくても首になることはないのだから、本稿で論じたような原理的な問題に、もっと目が向けられても良いのではないだろうか？その点、このような「役にたたない」問題の議論に日頃からつきあってくれる、佐々真一氏、池上高志氏、金子邦彦氏ら、東京大学駒場キャンパスのユニークな（ユニークすぎる？）仲間たちの存在は大変にありがたい。また、川畑有郷先生、北原和夫先生、有光敏彦先生にも、いろいろと教えていただいたことを感謝したい。

なお、本研究は、科学技術振興事業団の戦略的基礎研究と、文部省の科学研究費の助成を受けて行われたものである。

参考文献

[1] R. Kubo, J. Phys. Soc. Jpn. **12** (1956) 570.

[2] たとえば、川畑有郷「メゾスコピック系の物理学」(培風館、1997)

[3] A. Shimizu and M. Ueda: Phys. Rev. Lett. **69** (1992) 1403.

[4] 清水 明、固体物理 1993年11月号 p.771.

[5] Y.P. Li, D.C. Tsui, J.J. Hermans, J.A. Simmons and G. Weimann: Appl. Phys. Lett. **57** (1990) 774.

[6] F. Liefrink, J.I. Dijkhuis, M.J.M. de Jong, L.W. Molenkamp and H. van Houten, Phys. Rev. B **49** (1994) 14066.

[7] S. Tarucha, T. Honda and T. Saku, Solid State Commun. **94** (1995) 413.

[8] D.L. Maslov and M. Stone, Phys. Rev. B **52** (1995) R5539.

[9] V.V. Ponomarenko, Phys. Rev. B **52** (1995) R8666.

[10] I. Safi and H.J. Schulz, Phys. Rev. B **52** (1995) R17040.

[11] A. Shimizu and T. Miyadera, to appear in Physica B (Proc. 12th Int. Conf. Electronic Properties of Two-Dimensional Systems).

[12] A. Kawabata: J. Phys. Soc. Jpn. **65** (1996) 30.

[13] 川畑、96年秋の物理学会.

[14] T. Izuyama, Prog. Theor. Phys. **25** (1961) 964.

[15] 例えば、久保他訳、ズバーレフ「非平衡統計物理学」(丸善、1976).

[16] 散乱理論の基礎に関する詳しい議論は、普通は公理論的場の理論の教科書にしか書いてないので困るのだが、例外として筆者が素粒子論の専門家に薦められた本をあげておく：梅沢他「素粒子論の話題」（共立、昭和３８年）。

[17] A. Shimizu, J. Phys. Soc. Jpn. **65** (1996) 1162-1165. (Errata, *ibid*, 3096).

[18] Y. Oreg and A. Finkel'stein, Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 3668.

[19] Y. Oreg and A. Finkel'stein, Phys. Rev. B (1996).

[20] 混合性については、たとえば、中野・服部「エルゴード性とは何か」（丸善、1994）

[21] 例えば、鈴木増雄, 岩波講座現代の物理学「統計力学」(岩波書店、1994) 4-2C節

[22] 例えば、H.B. Callen, Thermodynamics (Wiley, 1960), section 14.4.